Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Dauwpunt

1 maximumscore 3

- $G = \dfrac{17,27 \cdot 23}{237,7 + 23} + \ln\left(\dfrac{65}{100}\right)$ (= 1,09…) — 1
- $T_\mathrm{d} = \dfrac{237,7 \cdot 1,09...}{17,27 - 1,09...}$ (= 16,0…) — 1
- $16,0... - 12 = 4,0...$ (°C), dus er ontstaat zichtbare condens op het glas — 1

2 maximumscore 5

- Het inzicht dat bij een lagere luchtvochtigheid een lager dauwpunt hoort — 1
- (Bij zeer onaangenaam hoort $T_\mathrm{d} \geq 24$ (en $T_\mathrm{d} < 26$), dus) de vergelijking $24 = \dfrac{237,7 \cdot G}{17,27 - G}$ moet worden opgelost — 1
- Beschrijven hoe de oplossing $G = 1,58...$ kan worden gevonden — 1
- De vergelijking $\dfrac{17,27 \cdot 33}{237,7 + 33} + \ln\left(\dfrac{R}{100}\right) = 1,58...$ moet worden opgelost — 1
- Beschrijven hoe de oplossing $R = 59,3...$ kan worden gevonden, dus de minimale luchtvochtigheid was in Nederland 60(%) — 1

of

- Het inzicht dat bij een lagere luchtvochtigheid een lager dauwpunt hoort — 1
- (Bij zeer onaangenaam hoort $T_\mathrm{d} \geq 24$ (en $T_\mathrm{d} < 26$), dus) de vergelijking $24 = \dfrac{237,7 \cdot G}{17,27 - G}$ moet worden opgelost — 1
- De juiste substitutie van G in de formule voor het dauwpunt T_d — 1
- De vergelijking $24 = \dfrac{237,7 \cdot \left(\dfrac{17,27 \cdot 33}{237,7 + 33} + \ln\left(\dfrac{R}{100}\right)\right)}{17,27 - \left(\dfrac{17,27 \cdot 33}{237,7 + 33} + \ln\left(\dfrac{R}{100}\right)\right)}$ moet worden opgelost — 1
- Beschrijven hoe de oplossing $R = 59,3...$ kan worden gevonden, dus de minimale luchtvochtigheid was in Nederland 60(%) — 1

3 **maximumscore 4**

- $G = \dfrac{17{,}27 \cdot 20}{237{,}7 + 20} + \ln\left(\dfrac{R}{100}\right)$ 1
- $G = \dfrac{17{,}27 \cdot 20}{237{,}7 + 20} + \ln(R) - \ln(100)$ $(= 1{,}34... + \ln(R) - \ln(100))$ 1
- $G = \ln(R) - 3{,}2648...$ 1
- $T_{\text{d}} = \dfrac{237{,}7 \cdot (\ln(R) - 3{,}2648...)}{17{,}27 - (\ln(R) - 3{,}2648...)} = \dfrac{237{,}7 \cdot (\ln(R) - 3{,}2648...)}{20{,}5348... - \ln(R)}$ (en dit geeft na afronden: $T_{\text{d}} = \dfrac{237{,}7 \cdot (\ln(R) - 3{,}265)}{20{,}535 - \ln(R)}$) 1

4 **maximumscore 3**

- Beschrijven hoe de vergelijking $\dfrac{237{,}7 \cdot (\ln(R) - 3{,}265)}{20{,}535 - \ln(R)} = 3$ kan worden opgelost 1
- De oplossing is $R = 32{,}4...$ 1
- Het antwoord: ($32{,}4... > 30$, dus) nee, de relatieve luchtvochtigheid is niet schadelijk 1

Vraag	Antwoord	Scores

Skûtsjesilen

5 maximumscore 3

- Skûtsjes die geen enkele wedstijd winnen, hebben altijd een geheel aantal punten — 1
- Een skûtsje dat 10 wedstrijden wint, heeft ook een geheel aantal punten — 1
- Maar dan moet dit skûtsje alle 11 wedstrijden winnen, zodat bij dit skûtsje 1 keer winst niet meetelt, anders heeft een van de andere skûtsjes geen geheel aantal punten, dus het is mogelijk — 1

6 maximumscore 2

- $\frac{2,15}{1,90} = 1,131...$ (of met behulp van een getallenvoorbeeld) — 1
- Het antwoord: 13(%) — 1

7 maximumscore 4

- Beschrijven hoe de vergelijking $160,2 = 2,15 \cdot 17,13 \cdot (3,57 + 2D)$ kan worden opgelost — 1
- Dit geeft: $D = 0,38...$ (m) — 1
- Invullen van de gegevens in formule 2016 geeft dan: $S = 162,4...$ (m^2) — 1
- Het antwoord: $(162,4... - 160,2 =)$ 2,2 (m^2) — 1

8 maximumscore 3

- De vergelijking $2,15 \cdot L \cdot (\frac{2}{3} \cdot 3,52 + 1,25 + 2 \cdot 0,42) = (3,2525 - 0,05L) \cdot L \cdot 3,52 + 25$ moet worden opgelost — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost — 1
- Het antwoord: $L = 18,52$ (m) — 1

9 maximumscore 5

- Het kiezen van een waarde voor B, met $B > 0$, bijvoorbeeld $B = 1$ — 1
- Er geldt dan (bijvoorbeeld) $S = 3{,}2525L - 0{,}05L^2$ — 1
- Daaruit volgt (bijvoorbeeld) $\frac{dS}{dL} = 3{,}2525 - 0{,}1L$ — 1
- $\frac{dS}{dL} = 0$ geeft $L = 32{,}525$ (of $\frac{dS}{dL} > 0$ geeft $L < 32{,}525$) — 1
- Voor $L < 32{,}525$ is $\frac{dS}{dL} > 0$, dus voor $12 < L < 20$ is $\frac{dS}{dL} > 0$, (en dus is voor een skûtsje de afgeleide van formule IFKS positief) — 1

of

- Het kiezen van een waarde voor B, met $B > 0$, bijvoorbeeld $B = 1$ — 1
- Er geldt (bijvoorbeeld) $\frac{dS}{dL} = -0{,}05 \cdot L \cdot 1 + (3{,}2525 - 0{,}05L) \cdot 1$ $(= -0{,}1L + 3{,}2525)$ — 2
- $\frac{dS}{dL} = 0$ geeft $L = 32{,}525$ (of $\frac{dS}{dL} > 0$ geeft $L < 32{,}525$) — 1
- Voor $L < 32{,}525$ is $\frac{dS}{dL} > 0$, dus voor $12 < L < 20$ is $\frac{dS}{dL} > 0$, (en dus is voor een skûtsje de afgeleide van formule IFKS positief) — 1

of

- Het kiezen van een waarde voor B, met $B > 0$, bijvoorbeeld $B = 1$ — 1
- Er geldt dan (bijvoorbeeld) $S = 3{,}2525L - 0{,}05L^2$ — 1
- Daaruit volgt (bijvoorbeeld) $\frac{dS}{dL} = 3{,}2525 - 0{,}1L$ — 1
- Voor $L = 12$ is $\frac{dS}{dL} = 2{,}0525$ en voor $L = 20$ is $\frac{dS}{dL} = 1{,}2525$ — 1
- Omdat $\frac{dS}{dL}$ een lineaire functie is, geldt voor $12 < L < 20$ dat $\frac{dS}{dL} > 0$ (en dus is voor een skûtsje de afgeleide van formule IFKS positief) — 1

of

- Het kiezen van een waarde voor B, met $B > 0$, bijvoorbeeld $B = 1$ — 1
- Er geldt (bijvoorbeeld) $\frac{dS}{dL} = -0{,}05 \cdot L \cdot 1 + (3{,}2525 - 0{,}05L) \cdot 1$ $(= -0{,}1L + 3{,}2525)$ — 2
- Voor $L = 12$ is $\frac{dS}{dL} = 2{,}0525$ en voor $L = 20$ is $\frac{dS}{dL} = 1{,}2525$ — 1
- Omdat $\frac{dS}{dL}$ een lineaire functie is, geldt voor $12 < L < 20$ dat $\frac{dS}{dL} > 0$ (en dus is voor een skûtsje de afgeleide van formule IFKS positief) — 1

Opmerkingen

- *Voor het tweede antwoordelement van het tweede en het vierde antwoordalternatief mag voor een niet volledig juist antwoord 1 scorepunt worden toegekend.*
- *Als in het tweede en het vierde antwoordalternatief de productregel niet is gebruikt voor deze vraag maximaal 3 scorepunten toekennen.*
- *Als een kandidaat de uitkomsten van* $\frac{dS}{dL}$ *voor de gehele getallen 13 t/m 19 berekent en daaruit concludeert dat* $\frac{dS}{dL}$ *altijd positief is, voor deze vraag maximaal 3 scorepunten toekennen.*

Vraag	Antwoord	Scores

Waalbrug

10 **maximumscore 3**

- Beschrijven hoe de vergelijking $-11+38,6\cdot\sin\left(\frac{\pi}{244}(x+122)\right)=0$ kan worden opgelost — 1
- Dit geeft $x=99,55...$ (en/of $x=-99,55...$) — 1
- Het antwoord: 199 (m) — 1

11 **maximumscore 4**

- Herschaling in verticale richting met factor 1,17 geeft $y=1,17\cdot\left(-11+38,6\cdot\sin\left(\frac{\pi}{244}(x+122)\right)\right)$ — 1
- Verschuiving 1,87 omhoog geeft $y=1,17\cdot\left(-11+38,6\cdot\sin\left(\frac{\pi}{244}(x+122)\right)\right)+1,87$ — 1
- Invullen van $x=0$ in de formules voor de boven- en de onderrand geeft $y=34,162$ en $y=27,6$ — 1
- Het antwoord: $(34,162-27,6=)\ 6,6$ (m) — 1

of

- Herschaling in verticale richting met factor 1,17 geeft $y=1,17\cdot\left(-11+38,6\cdot\sin\left(\frac{\pi}{244}(x+122)\right)\right)$ — 1
- Verschuiving 1,87 omhoog geeft $y=1,17\cdot\left(-11+38,6\cdot\sin\left(\frac{\pi}{244}(x+122)\right)\right)+1,87$ — 1
- Voor de afstand tussen de boven- en de onderrand geldt $y=-11+45,162\cdot\sin\left(\frac{\pi}{244}(x+122)\right)-\left(-11+38,6\cdot\sin\left(\frac{\pi}{244}(x+122)\right)\right)$ — 1
- Het antwoord: (de optie maximum geeft) 6,6 (m) — 1

of

- Invullen van $x=0$ in de formule voor de onderrand geeft voor de hoogte van de onderste boog 27,6 — 1
- De hoogte van de bovenste boog is $27,6\cdot1,17+1,87\,(=34,162)$ — 2
- Het antwoord: $(34,162-27,6=)\ 6,6$ (m) — 1

Opmerking
Voor het tweede antwoordelement van het laatste antwoordalternatief mag voor een niet volledig juist antwoord 1 scorepunt worden toegekend.

12 **maximumscore 4**

- (De evenwichtsstand ligt 11 m onder het wegdek, dus) $a = -11$ — 1
- (De amplitude is 11, dus) $b = 11$ — 1
- (De halve periode is 95, dus) $c = \frac{\pi}{95}$ (of $c = 0,03$ of nauwkeuriger) — 1
- (De grafiek begint bij $x = \frac{244}{2} + 7 = 129$ (m), dus) $d = 129$

  (en dit geeft de formule: $y = -11 + 11 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{95}(x - 129)\right)$) — 1

Opmerking
Als een andere mogelijke waarde voor d is gegeven, bijvoorbeeld $d = -61$ of $d = 319$*, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.*

Bonte vliegenvanger

13 maximumscore 4

- (Bijvoorbeeld) in 2008 is $t = 10$ en $V = 100$; (10, 100) invullen geeft $100 = c \cdot 10^2 + 81$ — 1
- Beschrijven hoe de oplossing $c = 0{,}19$ kan worden gevonden — 1
- Invullen van $t = 17$ in $V = 0{,}19 \cdot t^2 + 81$ geeft $V = 135{,}91$ — 1
- In 2015 was het aantal in werkelijkheid $V = 150$ en een passende conclusie — 1

14 maximumscore 4

- Het aantal volwassen vogels van type B dat in jaar $n+1$ de winter overleefd heeft, is $0{,}5 \cdot B_n$ — 1
- Per nest vliegen 5 jongen uit, dit is 2,5 jong per volwassen vogel — 1
- Hiervan overleeft 18%, dus het aantal jongen dat in jaar $n+1$ volwassen is geworden, is $2{,}5 \cdot 0{,}18 \cdot B_n$ — 1
- Totaal is dat $B_{n+1} = 0{,}5 \cdot B_n + 2{,}5 \cdot 0{,}18 \cdot B_n = 0{,}95 \cdot B_n$ — 1

of

- Per nest overleeft 1 volwassen vogel de winter — 1
- Per nest overleven $5{,}0 \cdot 0{,}18$ (= 0,9) jongen de winter — 1
- Dus per nest overleven $(1 + 0{,}9 =)$ 1,9 vogels — 1
- Dat is per vogel $\frac{1{,}9}{2} = 0{,}95$ (dus $B_{n+1} = 0{,}95 \cdot B_n$) — 1

15 maximumscore 3

Een oplossing als:

- Het maken van tabellen voor $B_{n+1} = 0{,}95 \cdot B_n$ met bijvoorbeeld beginwaarde $B_0 = 5000$ en $A_{n+1} = 1{,}09 \cdot A_n$ met beginwaarde $A_0 = 1000$ — 1
- $B_{11} = 2844,...$ en $A_{11} = 2580,...$ — 1
- $B_{12} = 2701,...$ en $A_{12} = 2812,...$, dus na 12 jaar — 1

of

- De directe formules zijn $A_n = 1{,}09^n$ en $B_n = 5 \cdot 0{,}95^n$ — 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $A_n = B_n$ kan worden opgelost — 1
- De oplossing is $n = 11{,}7...$, dus na 12 jaar — 1

16 maximumscore 2

- Het invullen van $b = 1 - a$ in $N(t)$ geeft $N(t) = 60\,000 \cdot \left(a \cdot 1{,}09^t + (1-a) \cdot 0{,}95^t\right)$ — 1
- $N'(t) = 60\,000 \cdot \left(a \cdot \ln(1{,}09) \cdot 1{,}09^t + (1-a) \cdot \ln(0{,}95) \cdot 0{,}95^t\right)$ (en dit geeft bij benadering $N'(t) = 60\,000 \cdot \left(a \cdot 0{,}086 \cdot 1{,}09^t - (1-a) \cdot 0{,}051 \cdot 0{,}95^t\right)$) — 1

17 maximumscore 3

- Bij 1998 hoort $t = 14$, dus er moet gelden $N'(14) = 0$ — 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $60\,000 \cdot \left(a \cdot 0{,}086 \cdot 1{,}09^{14} - (1-a) \cdot 0{,}051 \cdot 0{,}95^{14}\right) = 0$ kan worden opgelost — 1
- Het antwoord: 8(%) van type A en 92(%) van type B — 1

Opmerking
Als gewerkt is met $N'(t) = 60\,000 \cdot \left(a \cdot \ln(1{,}09) \cdot 1{,}09^t + (1-a) \cdot \ln(0{,}95) \cdot 0{,}95^t\right)$ *uit vraag 16, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.*

Afname van de kindersterfte in Mali

18 **maximumscore 4**

- In 1900 was de kindersterfte $\frac{12}{33{,}1} \cdot 100$ (= 36,2…) 1
- In 2007 waren er $4{,}8 \cdot 33{,}1$ $(= 158{,}88)$ (miljoen kinderen) 1
- In 2007 was de kindersterfte $\frac{12-2{,}8}{158{,}88} \cdot 100$ (= 5,7…) 1
- De kindersterfte was in 2007 dus $\frac{36{,}2...}{5{,}7...} =$ 6 keer zo klein (of 1/6 keer zo groot) 1

19 **maximumscore 3**

- De groeifactor per jaar is $e^{0{,}0203} = 1{,}0205...$ 1
- De groeifactor per 10 jaar is dus $1{,}0205...^{10} = 1{,}2250...$ 1
- Het antwoord: 22,5(%) 1

of

- $\frac{240\,900 \cdot e^{0{,}0203 \cdot (t+10)}}{240\,900 \cdot e^{0{,}0203 \cdot t}}$ 1
- Herleiden geeft $e^{0{,}203} = 1{,}2250...$ 1
- Het antwoord: 22,5(%) 1

20 **maximumscore 3**

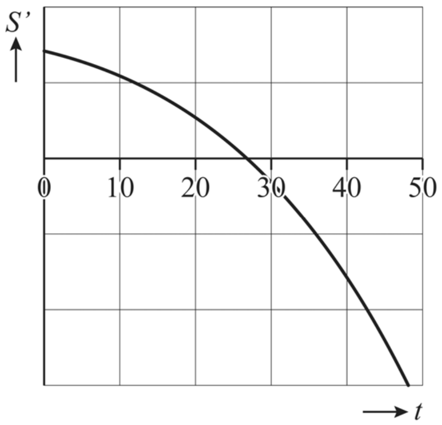
Een afleiding als:

- Voor P, het percentage kinderen dat sterft, geldt $P = at + b$ met $b = 41{,}2$ 1
- $a = \frac{11{,}4 - 41{,}2}{2015 - 1960} (= -0{,}54...)$ 1
- $S = 0{,}01 \cdot (-0{,}54... \cdot t + 41{,}2) \cdot 240\,900 \cdot e^{0{,}0203t}$ herleiden tot $S = (99\,251 - 1305t) \cdot e^{0{,}0203t}$ 1

21 maximumscore 4

Een redenering als:

- $S' = -1305 \cdot e^{0,0203t} + 0,0203 \cdot (99\,251 - 1305t) \cdot e^{0,0203t}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 2
- Een schets van de grafiek van S' 1



- Na $t = 30$ (na 1990) ligt de grafiek van S' altijd onder de t-as en is de waarde van S' steeds meer negatief (dus de afname van de kindersterfte S gaat steeds sneller) 1

of

- $S' = (709,7953 - 26,4915t) \cdot e^{0,0203t}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 2
- Bij $t = 30$ is $709,7953 - 26,4915t$ negatief 1
- Voor alle $t > 30$ (na 1990) is $709,7953 - 26,4915t$ steeds meer negatief en $e^{0,0203t}$ is altijd positief, dus de waarde van S' wordt steeds meer negatief (dus de afname van de kindersterfte S gaat steeds sneller) 1

Opmerkingen

– *Voor het eerste antwoordelement mag voor een niet volledig juist antwoord 1 scorepunt worden toegekend.*

– *Als de product- en/of kettingregel niet is gebruikt, voor deze vraag maximaal 2 scorepunten toekennen.*

Rondetijden

22 maximumscore 6

Voorbeelden van juiste uitwerkingen zijn:

- De 7 volledige ronden moeten worden afgelegd in minder dan $(300-23{,}3=)\ 276{,}7$ (s) 1
- De tijd van de eerste volledige ronde is $1{,}65\cdot 23{,}3=38{,}445$(s) 1
- De rondetijden van de overige 6 volledige ronden zijn $38{,}445+v$, $38{,}445+2v$, $38{,}445+3v,\ldots,38{,}445+6v$ (met v het verval) 1
- De totale tijd van de 7 volledige ronden is dus $269{,}115+21v$ 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $269{,}115+21v=276{,}7$ kan worden opgelost 1
- Het antwoord: 0,36 (s) 1

of

- De 7 volledige ronden moeten worden afgelegd in minder dan $(300-23{,}3=)\ 276{,}7$ (s) 1
- De tijd van de eerste volledige ronde is $1{,}65\cdot 23{,}3=38{,}445$(s) 1
- Het inzicht dat vanwege het lineaire karakter de eerste en de laatste volledige ronde evenveel van de gemiddelde rondetijd verschillen 1
- De gemiddelde rondetijd is $(276{,}7:7=)\ 39{,}52\ldots$ (s) 1
- De gemiddelde rondetijd is de tijd van de vierde volledige ronde, dus $39{,}52\ldots=38{,}445+3v$ (met v het verval) 1
- Het antwoord: 0,36 (s) 1

of

- De 7 volledige ronden moeten worden afgelegd in minder dan $(300-23{,}3=)\ 276{,}7$ (s) 1
- De tijd van de eerste volledige ronde is $1{,}65\cdot 23{,}3=38{,}445$(s) 1
- Een formule voor de tijd T_n van de n^{e} volledige ronde is $T_n=38{,}445+v(n-1)$ (met v het verval) 1
- De vergelijking $\sum_{k=1}^{7} T_k=276{,}7$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- Het antwoord: 0,36 (s) 1

Bronvermeldingen

Skûtsjesilen
corlaffra/Shutterstock.com ID: 571098052

Waalbrug
Verhoef/Shutterstock.com ID: 1944037708

Bonte vliegenvanger
WildlifeWorld/Shutterstock.com ID: 1389303344

Rondetijden
Evelien1009/wikipedia.org (of: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Thialf_ijsbaan.jpg)